



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## **Střední průmyslová škola elektrotechnická a informačních technologií Brno**

Číslo a název projektu: **CZ.1.07/1.5.00/34.0521 – Investice do vzdělání nesou nejvyšší úrok**

Autor: Mgr. Zdeňka Eklová

Tematická sada: **Závislosti, vztahy a práce s daty**

Téma: Charakteristika statistického souboru - poloha znaku

Číslo materiálu: VY\_42\_INOVACE\_03\_5\_EKZD

Anotace: Materiál obsahuje přehled základních pojmů charakteristiky statistického souboru: modus, medián, aritmetický průměr, geometrický průměr a harmonický průměr. Výpočty jednotlivých charakteristik jsou demonstrovány na vzorových příkladech. Součástí materiálu jsou i příklady na procvičování. Materiál je určen pro doplnění výuky studentů třetích a čtvrtých ročníků středních škol.

Pomůcky: psací potřeby, kalkulačka

# **Charakteristika statistického souboru**

## **Poloha znaku**

# 3. Charakteristika statického souboru:

**Charakteristika polohy hodnoty znaku** jsou čísla, která charakterizují průměrnou hodnotu sledovaného znaku.

Patří mezi ně zejména:

- aritmetický průměr
- geometrický průměr
- harmonický průměr
- medián
- modus

### 3. Charakteristika statického souboru:

**Medián**  $\text{Med}_{(x)}$  je prostřední člen mezi hodnotami  $x_i$ , jsou-li uspořádány podle velikosti, je-li  $n$  liché

$$\text{Med}_{(x)} = x_{\frac{n+1}{2}}$$

$n$  sudé

$$\text{Med}_{(x)} = \frac{1}{2} \left( x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n+2}{2}} \right)$$

U souborů jejichž rozsah  $n$  je sudé číslo se medián rovná aritmetickému průměru prvků s indexy  $\frac{n}{2}$  a  $\frac{n}{2} + 1$

**Modus**  $\text{Mod}_{(x)}$  je nejčastější hodnota znaku ve statistickém souboru

### 3. Charakteristika statického souboru:

**Aritmetický průměr**  $\bar{x}$  hodnot  $x_1, x_2, \dots, x_n$  znaku  $x$  je dán podílem součtu hodnot znaku a jejich počtu:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Mají-li hodnoty  $x_i$  četnost  $n_i$  používá se vzorec pro vážený aritmetický průměr:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n}$$

**Geometrický průměr**  $\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

používá se např. k určení průměrného ročního tempa výroby

**Harmonický průměr**  $\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$

používá se v úlohách, kde má smysl součet převrácených hodnot-  
pracovní doba na jednotku produkce, tržba na pracovníka, dráha za  
jednotku času

# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{x} = \frac{420 + 380 + 520 + 360 + 500 + 480 + 430 + 440 + 450 + 360 + 520 + 580 + 520 + 590 + 470}{15}$$

$$\bar{x} = \frac{7020}{15}$$

$$\bar{x} = 468$$



# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{x} = \frac{420 + 380 + 520 + 360 + 500 + 480 + 430 + 440 + 450 + 360 + 520 + 580 + 520 + 590 + 470}{15}$$

$$\bar{x} = \frac{7020}{15}$$

$$\bar{x} = 468$$

**b) medián**

# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{x} = \frac{420 + 380 + 520 + 360 + 500 + 480 + 430 + 440 + 450 + 360 + 520 + 580 + 520 + 590 + 470}{15}$$

$$\bar{x} = \frac{7020}{15}$$

$$\bar{x} = 468$$

**b) medián** - 360; 360; 380; 420; 430; 440; 450; **470**; 480; 500; 520; 520; 520; 580; 590.

$$\text{Med}_{(x)} = 470$$

# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{x} = \frac{420 + 380 + 520 + 360 + 500 + 480 + 430 + 440 + 450 + 360 + 520 + 580 + 520 + 590 + 470}{15}$$

$$\bar{x} = \frac{7020}{15}$$

$$\bar{x} = 468$$

**b) medián** - 360; 360; 380; 420; 430; 440; 450; **470**; 480; 500; 520; 520; 520; 580; 590.

$$\text{Med}_{(x)} = 470$$

**c) modus**

# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{x} = \frac{420 + 380 + 520 + 360 + 500 + 480 + 430 + 440 + 450 + 360 + 520 + 580 + 520 + 590 + 470}{15}$$

$$\bar{x} = \frac{7020}{15}$$

$$\bar{x} = 468$$

**b) medián** - 360; 360; 380; 420; 430; 440; 450; **470**; 480; 500; 520; 520; 520; 580; 590.

$$\text{Med}_{(x)} = 470$$

**c) modus** - 520 metrů

# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{420 + 380 + 520 + 360 + 500 + 480 + 430 + 440 + 450 + 360 + 520 + 580 + 520 + 590 + 470}{15} \\ \bar{x} &= \frac{7020}{15} \\ \bar{x} &= 468\end{aligned}$$

**b) medián** - 360; 360; 380; 420; 430; 440; 450; **470**; 480; 500; 520; 520; 520; 580; 590.

$$\text{Med}_{(x)} = 470$$

**c) modus** - 520 metrů

**d) geometrický průměr**  $\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$



# Příklad č.1 :

Při měření skoku v atletickém oddíle do dálky byly zaznamenány tato výsledky:

420; 380; 520; 360; 500; 480; 430; 440; 450; 360; 520; 580; 520; 590; 470 metrů.

Vypočtěte: a) aritmetický průměr

b) medián

c) modus

d) geometrický průměr

**a) aritmetický průměr**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{x} = \frac{420 + 380 + 520 + 360 + 500 + 480 + 430 + 440 + 450 + 360 + 520 + 580 + 520 + 590 + 470}{15}$$
$$\bar{x} = \frac{7020}{15}$$
$$\bar{x} = 468$$

**b) medián** - 360; 360; 380; 420; 430; 440; 450; **470**; 480; 500; 520; 520; 520; 580; 590.

$$\text{Med}_{(x)} = 470$$

**c) modus** - 520 metrů

**d) geometrický průměr**  $\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

$$\bar{x}_G = \sqrt[15]{420 \cdot 380 \cdot 520 \cdot 360 \cdot 500 \cdot 480 \cdot 430 \cdot 440 \cdot 450 \cdot 360 \cdot 520 \cdot 580 \cdot 520 \cdot 590 \cdot 470}$$
$$\bar{x}_G = 462,76$$

## Příklad č.2 :

V devíti po sobě následujících letech byly naměřeny v procentech údaje o růstu výroby obuvi v ČR:

103,5; 104,7; 107,6; 105,8; 112,7; 116,5; 115,3; 108,5; 110,6

Vypočítejte průměrné tempo růstu výroby pomocí geometrického průměru.

$$\overline{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

## Příklad č.2 :

V devíti po sobě následujících letech byly naměřeny v procentech údaje o růstu výroby obuvi v ČR:

103,5; 104,7; 107,6; 105,8; 112,7; 116,5; 115,3; 108,5; 110,6

Vypočítejte průměrné tempo růstu výroby pomocí geometrického průměru.

$$\overline{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$$\overline{x}_G = \sqrt[9]{103,5 \cdot 104,7 \cdot 107,6 \cdot 105,8 \cdot 112,7 \cdot 116,5 \cdot 115,3 \cdot 108,5 \cdot 110,6}$$

$$\overline{x}_G = 109,4$$



## Příklad č.3 :

V dílně na opracování kovových součástí byly naměřeny šesti dělníkům tyto časy potřebné ke zhotovení výrobku: 3; 4; 5; 6; 10; 12 minut. Určete dobu, která je v průměru potřeba ke zhotovení jednoho výrobku.

Harmonický průměr:

$$\overline{X}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

## Příklad č.3 :

V dílně na opracování kovových součástí byly naměřeny šesti dělníkům tyto časy potřebné ke zhotovení výrobku: 3; 4; 5; 6; 10; 12 minut. Určete dobu, která je v průměru potřeba ke zhotovení jednoho výrobku.

Harmonický průměr:

$$\overline{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

$$\overline{x}_H = \frac{6}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}}$$

$$\overline{x}_H = 5,3 \text{ min}$$

**Použitá literatura:**

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika, Matematika pro gymnázia- Prometheus

Sbírka úloh z matematiky – Prometheus

Vlastní archiv autora