



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Aritmetická posloupnost

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

U následujících pěti aritmetických posloupností $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ známe jen některé údaje, které jsou přehledně uvedeny v tabulce. Doplňte zbývající:

Číslo úlohy	a_1	a_n	n	d	s_n
1.	57		50	- 3	
2.		23	9	8	
3.	- 50	280	12		
4.		- 39	15		- 112,5
5.	- 100			28	260

Doplněná tabulka

Číslo úlohy	a_1	a_n	n	d	s_n
1.	57	- 90	50	- 3	- 825
2.	- 41	23	9	8	- 81
3.	- 50	280	12	30	1 380
4.	24	- 39	15	- 4,5	- 112,5
5.	- 100	152	10	28	260

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

Pro výpočet neznámých hodnot využijeme vzorce:

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

1. $a_1 = 57, d = -3, a_{50} = ?, s_{50} = ?$

Dosadíme do vzorců:

$$a_{50} = a_1 + 49 d = 57 + 49 \cdot (-3) = \underline{\underline{-90}}$$

$$s_{50} = \frac{50}{2} (a_1 + a_{50}) = 25 \cdot (57 - 90) = \underline{\underline{-825}}$$

2. $a_9 = 23, d = 8, a_1 = ?, s_9 = ?$

Ze vztahu pro n-tý člen vypočítáme první člen:

$$a_9 = a_1 + 8d$$

$$23 = a_1 + 8 \cdot 8$$

$$a_1 = \underline{\underline{-41}}$$

Dosazením do vzorce vypočítáme součet:

$$s_9 = \frac{9}{2} (a_1 + a_9) = \frac{9}{2} (-41 + 23) = \underline{\underline{-81}}$$

3. $a_1 = -50, a_{12} = 280, d = ?, s_{12} = ?$

Ze vztahu pro n-tý člen vypočítáme diferenci:

$$a_{12} = a_1 + 11d$$

$$280 = -50 + 11d$$

$$d = \underline{\underline{30}}$$

Dosazením do vzorce vypočítáme součet:

$$s_{12} = \frac{12}{2} (a_1 + a_{12}) = 6 \cdot (-50 + 280) = \underline{\underline{1380}}$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

4. $a_{15} = -39, \quad s_{15} = -112,5 \quad a_1 = ?, \quad d = ?$

Ze vztahu pro součet nejprve vypočítáme první člen:

$$s_{15} = \frac{15}{2}(a_1 + a_{15})$$

$$-112,5 = 7,5 \cdot (a_1 - 39)$$

$$-112,5 = 7,5 a_1 - 292,5$$

$$7,5a_1 = 180$$

$$a_1 = \underline{\underline{24}}$$

Ze vztahu pro n-tý člen po dosazení prvního členu vypočítáme diferenci:

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$-39 = 24 + 14d$$

$$d = \underline{\underline{-4,5}}$$

5. $a_1 = -100, \quad d = 28, \quad s_n = 260, \quad n = ?, \quad a_n = ?$

Nejprve si vyjádříme n-tý člen:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = -100 + (n - 1) \cdot 28 = -100 + 28n - 28 = \underline{\underline{28n - 128}}$$

Vztah dosadíme do vzorce pro součet a vypočítáme počet členů:

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$260 = \frac{n}{2}(-100 + 28n - 128)$$

$$520 = n(28n - 228)$$

$$28n^2 - 228n - 520 = 0$$

$$7n^2 - 57n - 130 = 0$$

$$\sqrt{D} = 83$$

$$\underline{\underline{n_1 = 10}}$$

$$n_2 = -\frac{13}{7} \text{ nevyhovuje}$$

Dopočítáme n-tý člen dosazením do vztahu vyjádřeného na začátku úlohy:

$$a_{10} = 28 \cdot 10 - 128 = \underline{\underline{152}}$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková