



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Limita funkce

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

Vypočítejte limity funkcí:

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x} =$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 3x}{x} + \frac{e^{(x^2-x)}}{\log_3(3-x)} \right) =$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-2x^2}{1-\sqrt{x}} =$

4. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-2x^2}{x-3} =$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 2x^2 + 3) =$

6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3-1}{2-x^3+x^2} =$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x-x^2}{2-3x^2+x^3} =$

8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(5x + \frac{1}{3x+2} \right) =$

Výsledky:

1. 1

2. 4

3. 8

4. oboustranná limita neexistuje, pouze jednostranné (zprava $-\infty$, zleva $+\infty$)

5. $-\infty$

6. -6

7. 0

8. $-\infty$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

Řešíme dosazením:

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin \frac{\pi}{2}}{1 - \cos \pi} = \frac{1+1}{1-(-1)} = 1$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\lg 3x}{x} + \frac{e^{(x^2-x)}}{\log_3 3-x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 \lg 3x}{3x} + \frac{e^0}{\log_3(3-0)} \right) = 3 \cdot 1 + \frac{1}{1} = 4$$

Řešíme usměrněním:

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-2x^2}{1-\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(1-x^2)(1+\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(1-x)(1+x)(1+\sqrt{x})}{(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 1} 2(1+x)(1+\sqrt{x}) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Řešíme jednostranné limity zprava a zleva:

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-2x^2}{x-3} = \left\| \frac{-17}{0^+} \right\| = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1-2x^2}{x-3} = \left\| \frac{-17}{0^-} \right\| = +\infty$$

Jednostranné limity nejsou shodné, oboustranná limita tedy neexistuje.

Řešíme limitu v nevlastním bodě:

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 2x^2 + 3) = -2 \cdot (+\infty)^2 = -\infty$$

$$6. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3-1}{2-x^3+x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3}{-1x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{-1} = -6$$

$$7. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x-x^2}{2-3x^2+x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0$$

$$8. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(5x + \frac{1}{3x+2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{15x^2+10x+1}{3x+2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{15x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{15}{3} \cdot x = \frac{15}{3} \cdot (-\infty) = -\infty$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková