



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Nekonečná řada

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zopakujme si:

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ nekonečná řada, kde (a_n) je nekonečná posloupnost
pokud je posloupnost konvergentní, lze řadu sečíst

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{n-1} + \dots$ nekonečná geometrická řada, kde (a_n)
je nekonečná geometrická posloupnost

Součet nekonečné geometrické řady: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-q}$ pro $a_1 \neq 0$, $|q| < 1$

1. Zjistěte, které z nekonečných řad lze sečíst a vypočítejte jejich součty:

a. $\frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{16} + \dots$

b. $3 + 5 + \frac{25}{3} + \frac{125}{9} + \dots$

c. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} + \dots$

d. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

e. $\sum_{n=1}^{\infty} 8 \cdot (-1)^n$

2. Zjistěte, pro která reálná čísla x lze uvedené řady sečíst, určete jejich součet:

a. $1 + (1-x) + (1-x)^2 + (1-x)^3 + \dots$

b. $\frac{2}{x} - \left(\frac{2}{x}\right)^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^4 + \dots$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n} \cdot (-1)^{n-1}$

d. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3x}\right)^{n-1}$

3. Řešte rovnici v \mathbb{R} :

a. $-3 + 9x - 27x^2 + 81x^3 - \dots = -\frac{1}{4x}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{x}\right)^{n-1} = \frac{4}{x-4}$

4. Číslo vyjádřete ve tvaru zlomku s celočíselným čitatelem a jmenovatelem:

a. $0, \overline{21}$

b. $2, \overline{3}$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková