



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Řešení kvadratické rovnice v oboru komplexních čísel

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Zadání:

Zopakujme si:

Kvadratická rovnice s reálnými koeficienty:  $ax^2 + bx + c = 0$  kde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ;  $a \neq 0$

**Vzorec pro kořeny s diskriminantem**  $D = b^2 - 4ac$

- |           |                              |   |
|-----------|------------------------------|---|
| ➤ $D > 0$ | 2 různé reálné kořeny:       | $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$    |
| ➤ $D = 0$ | 1 dvojnásobný reálný kořen:  | $x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$                 |
| ➤ $D < 0$ | 2 komplexně sdružené kořeny: | $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{ D }}{2a}$ |

1. Řešte kvadratické rovnice v C a výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru:

- a.  $x^2 + 4 = 0$
- b.  $9x^2 + 7 = 0$
- c.  $x^2 - 14x + 50 = 0$
- d.  $x^2 + 3x + 3 = 0$
- e.  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+2}{x-3} = 1$

2. Řešte kvadratické rovnice v C a výsledek vyjádřete v goniometrickém tvaru:

- a.  $x^2 - 2x + 2 = 0$
- b.  $x^2 + 10x + 50 = 0$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

### Výsledky:

1.

a.  $x_1 = 2i$        $x_2 = -2i$

b.  $x_1 = \frac{\sqrt{7}}{3}i$        $x_2 = -\frac{\sqrt{7}}{3}i$

c.  $x_1 = 7 + i$        $x_2 = 7 - i$

d.  $x_1 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$        $x_2 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

e.  $x_1 = -1 + 2i$        $x_2 = -1 - 2i$

2.

a.  $x_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$        $x_2 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$

b.  $x_1 = 5\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$        $x_2 = 5\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

# Řešení:

1.

a.  $x^2 + 4 = 0 \rightarrow x^2 = -4 \rightarrow x^2 = 4i^2 \rightarrow x_1 = 2i \quad x_2 = -2i$

b.  $9x^2 + 7 = 0 \rightarrow x^2 = -\frac{7}{9} \rightarrow x^2 = \frac{7}{9}i^2 \rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{7}}{3}i \quad x_2 = -\frac{\sqrt{7}}{3}i$

c.  $x^2 - 14x + 50 = 0 \quad D = (-14)^2 - 4 \cdot 50 = -4 = 4i^2$   
 $x_1 = \frac{14 + 2i}{2} = 7 + i \quad x_2 = \frac{14 - 2i}{2} = 7 - i$

d.  $x^2 + 3x + 3 = 0 \quad D = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3 = 3i^2$   
 $x_1 = \frac{-3 + i\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad x_2 = \frac{-3 - i\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

e.  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+2}{x-3} = 1 \rightarrow x(x-3) + (x+2)(x+1) = (x+1)(x-3)$   
 $x^2 + 2x + 5 = 0 \quad D = 2^2 - 4 \cdot 5 = -16 = 16i^2$   
 $x_1 = \frac{-2 + 4i}{2} = -1 + 2i \quad x_2 = \frac{-2 - 4i}{2} = -1 - 2i$

2.

a.  $x^2 - 2x + 2 = 0 \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 2 = -4 = 4i^2$   
 $x_1 = \frac{2 + 2i}{2} = 1 + i \quad x_2 = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i$   
I. a IV. kvadrant  $|x_{1,2}| = \sqrt{1^2 + (\pm 1)^2} = \sqrt{2} \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4} \quad \alpha_2 = \frac{7\pi}{4}$   
 $x_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \quad x_2 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$

b.  $x^2 + 10x + 50 = 0 \quad D = 10^2 - 4 \cdot 50 = -100 = 100i^2$   
 $x_1 = \frac{-10 + 10i}{2} = -5 + 5i \quad x_2 = \frac{-10 - 10i}{2} = -5 - i$   
II. a III. kvadrant  $|x_{1,2}| = \sqrt{(-5)^2 + (\pm 5)^2} = 5\sqrt{2} \quad \cos \alpha' = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $\alpha' = \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha_1 = \frac{3\pi}{4} \quad \alpha_2 = \frac{5\pi}{4}$   
 $x_1 = 5\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \quad x_2 = 5\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Holečková