



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Goniometrické rovnice

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

1. Řešte goniometrickou rovnici v \mathbb{R} :

$$3 \cdot (4 \cos x - 2) - 2 = -5 + 6 \cos x$$

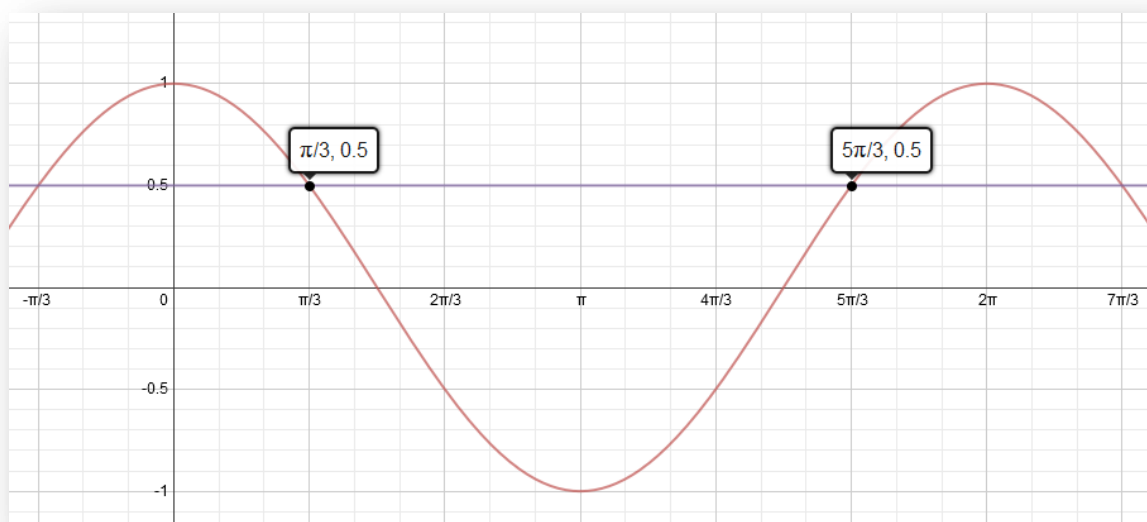
Řešení:

$$12 \cos x - 6 - 2 = -5 + 6 \cos x$$

$$6 \cos x - 8 = -5$$

$$6 \cos x = 3$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$



$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

2. Řešte s využitím substituce následující goniometrickou rovnici v \mathbb{R} :

$$2 \sin^2 x - 2 \sin x + \sqrt{2} \sin x = \sqrt{2}$$

Řešení:

Zavedeme substituci: $\sin x = t$

$$2t^2 - 2t + \sqrt{2}t = \sqrt{2}$$

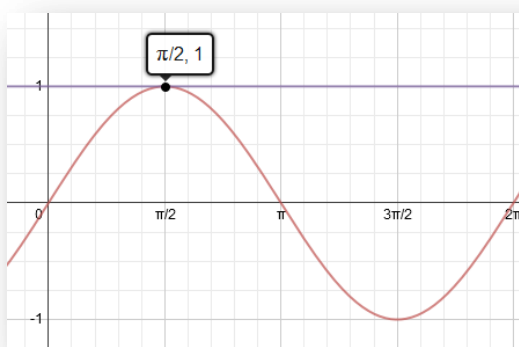
$$2t \cdot (t - 1) + \sqrt{2} \cdot (t - 1) = 0$$

$$(t - 1) \cdot (2t + \sqrt{2}) = 0$$

$$t_1 = 1$$

Opět odstraníme substituci:

$$\sin x = 1$$



$$x_1 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

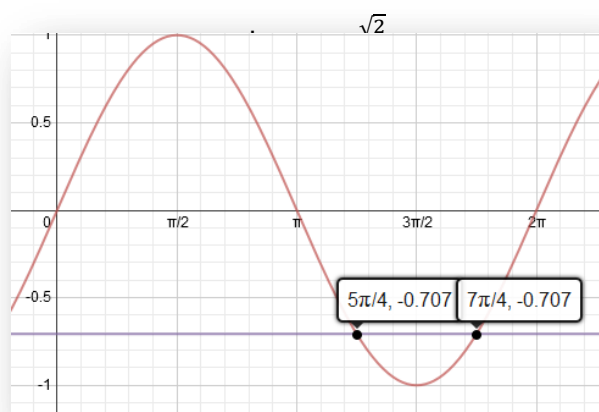
$$2t + \sqrt{2} = 0$$

$$2t = -\sqrt{2}$$

$$t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$t_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Opět odstraníme substituci:



$$x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x_3 = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

3. Řešte v \mathbb{R} s využitím znalosti vztahu $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ následující goniometrickou rovnici:

$$3 \cos^2 x + 4 \cos x - \sin^2 x - 2 = 0$$

Řešení:

Podle uvedeného vztahu nahradíme výraz: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$3 \cos^2 x + 4 \cos x - (1 - \cos^2 x) - 2 = 0$$

$$4 \cos^2 x + 4 \cos x - 3 = 0$$

Substitute: $t = \cos x$

$$4t^2 + 4t - 3 = 0$$

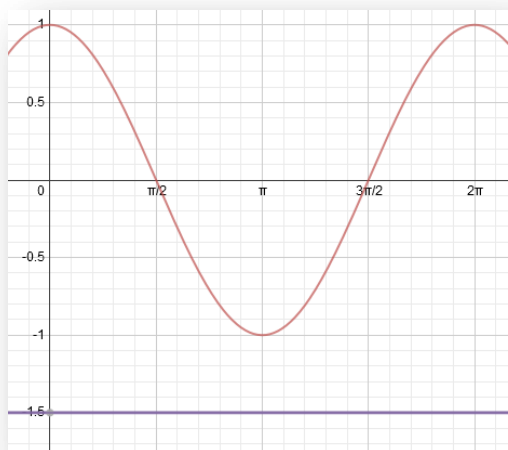
$$D = 16 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 64$$

$$t_1 = \frac{-4-8}{8} = -\frac{3}{2}$$

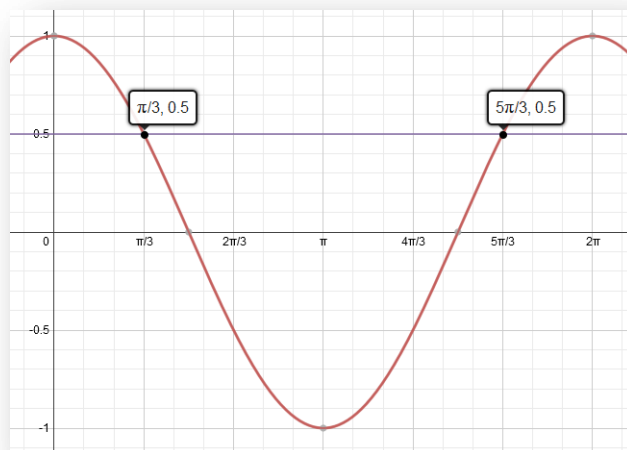
$$\cos x = -\frac{3}{2}$$

$$t_2 = \frac{-4+8}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$



Tato rovnice nemá řešení.



$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

4. Řešte v \mathbb{R} s využitím znalosti vztahů $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ a $\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$ následující goniometrickou rovnici:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = \frac{2}{\cos x}$$

Řešení:

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{2}{\cos x}$$

$$\text{podmínka: } x \neq k \frac{\pi}{2}$$

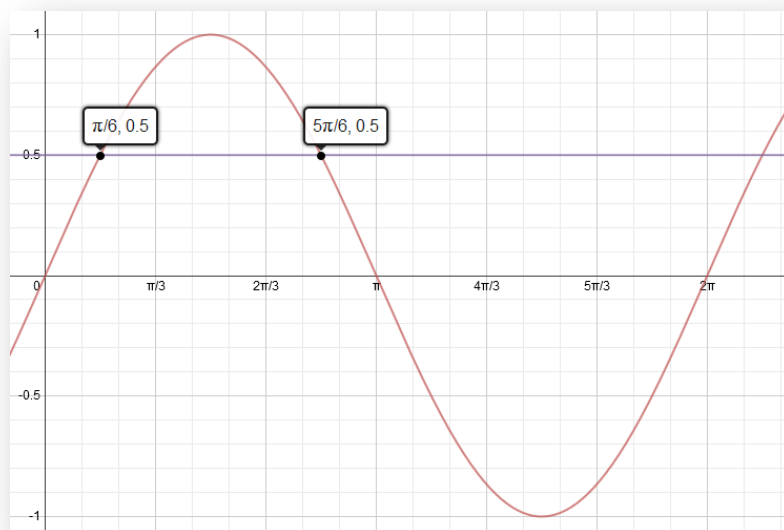
$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \cdot \sin x} = \frac{2}{\cos x}$$

$$\frac{1}{\cos x \cdot \sin x} = \frac{2}{\cos x}$$

$$\frac{1}{\sin x} = 2$$

$$1 = 2 \sin x$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$



$$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Josef Hylský.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod