



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název projektu: Podpora výuky v technických oborech

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0458

Název šablony: III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Název školy: Střední odborná škola NET OFFICE Orlová, spol. s r.o.

Vypracoval: Mgr. Pavel Michelsohn

Materiál č. 12 – Polohové úlohy v prostoru

Teorie

Opakování: parametrická rovnice roviny
 obecná rovnice roviny
 rovnice přímky v prostoru

Nové učivo:

V tomto učivu budeme řešit:

- vzájemnou polohu přímky a roviny
- vzájemnou polohu přímek
- vzájemnou polohu rovin
- vzájemnou polohu bodů a roviny

Příklad

1/ Daným bodem $Q[2,5,-3]$ vedte přímku q rovnoběžnou s přímkou p :

$$p: \quad \begin{aligned} x &= 2 + t \\ y &= -5 - 2t \\ z &= 4 - 3t \end{aligned}$$

Řešení:

$$q: \quad \begin{aligned} x &= 2 + t \\ y &= 5 - 2t \\ z &= -3 - 3t \end{aligned}$$

2/ Daným bodem $Q[1,-2,3]$ vedte rovinu α rovnoběžnou s rovinou β :

$$\beta: 3x - y + 2z - 1 = 0$$

Řešení:

$$\begin{aligned} \alpha: \quad 3x - y + 2z + d &= 0 \\ 3 - (-2) + 2 \cdot 3 + d &= 0 \\ d &= -11 \\ \alpha: \quad 3x - y + 2z - 11 &= 0 \end{aligned}$$

3/ Určete vzájemnou polohu roviny α a přímky p : $P[1,2,3]$, $u=(1,-2,4)$

- a) $\alpha: 2x + 3y + z - 3 = 0$
b) $\alpha: x + 3y + 2 = 0$
c) $\alpha: 2y + z - 7 = 0$

Řešení:

- 1) určíme normálový vektor roviny.
- 2) Je-li $u \cdot n = 0$ je přímka p rovnoběžná s rovinou α .
- 3) Jestliže leží v rovině i bod P , leží celá přímka v rovině α .

- a) $n = (2,3,1)$, $u \cdot n = 2 + (-2) \cdot 3 + 4 = 0$, přímka p je tedy **rovnoběžná** s rovinou α .
Zjistíme, zda $P \in \alpha$. $2 + 3 \cdot 2 + 3 - 3 = 8 \neq 0$, proto P neleží v rovině α .

b) $n = (1, 0, 3)$, $u \cdot n = 1 + 12 \neq 0$, přímka p je tedy **různoběžná** s rovinou α .

c) $n = (0, 2, 1)$, $u \cdot n = 0$, přímka p je tedy **rovnoběžná** s rovinou α .

Zjistíme, zda $P \in \alpha$. $2 \cdot 2 + 3 - 7 = 0$, proto P leží v rovině α . **Přímka p leží v rovině α .**

4/ Určete průsečík roviny $\alpha: 2x + 4y - 3z + 1 = 0$ a přímky $p: P[0, 3, -1]$, $u = (1, -1, 2)$.

Řešení:

$$p: \quad x = t$$

$$y = 3 - t$$

$$z = 1 + 2t$$

Dosadíme do rovnice roviny:

$$2t + 4 \cdot (3 - t) - 3 \cdot (-1 + 2t) + 1 = 0$$

$$t = 2$$

Dosazením do rovnice přímky dostaneme průsečík $X[2, 1, 3]$.

5/ Určete vzájemnou polohu rovin $\alpha: 2x - y + 3z + 2 = 0$ a β :

a) $4x - 2y + 6z - 1 = 0$

b) $-2x + y + z = 0$

c) $-x + 0,5y - 1,5z - 1 = 0$

Řešení:

Porovnáme normálové vektory obou rovin:

a) $n = (2, -1, 3)$, $m = (4, -2, 6)$, $m = 2 \cdot n$, obě roviny jsou **rovnoběžné**, d není násobkem \rightarrow **rovnoběžné různé**

b) $m = (-2, 1, 1)$, obě roviny jsou **různoběžné**

c) $m = (-1, 0, 5; 1, 5)$ $m = -0,5n$, d je také násobkem \rightarrow **rovnoběžné totožné**

Použitá literatura:

1/ KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie*. 2., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 220 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6163-9.

Metodický list

Zpracoval: Mgr. Pavel Michelsohn

Cílová skupina: žáci středních škol

Rok vytvoření: 2012

Anotace: Polohové úlohy v prostoru

Předpokládaný přínos (výstup): Žáci se seznámí s postupem rozhodování vzájemné polohy u polohových úloh v prostoru. Cvičí představivost a prostorové vnímání.

Pomůcky: dataprojektor, počítač

Předpokládaný čas: 40 minut

Postup: Teoretický základ představuje definování nového učiva, příklady v materiálu jsou určeny k jeho pochopení a k procvičení.

Souhlasím se zveřejněním mého příspěvku v knižní či elektronické podobě, jako metodického materiálu.