



**Název projektu:** Podpora výuky v technických oborech

**Registrační číslo projektu:** CZ.1.07/1.5.00/34.0458

**Název šablony:** III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

**Název školy:** Střední odborná škola NET OFFICE Orlová, spol. s r.o.

**Vypracoval:** Mgr. Pavel Michelsohn

## Materiál č. 14 – Metrické úlohy v prostoru

### Teorie

---

Opakování: metrické úlohy v rovině

### Teorie – nové učivo

---

1/ Vzdálenost bodu od roviny:

$P[p_1, p_2, p_3]$ ,  $\alpha: ax + by + cz + d = 0$

$$v = \frac{|ap_1 + bp_2 + cp_3 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

2/ Odchylka dvou přímek:

$$\cos \alpha = \frac{|u \cdot v|}{|u| \cdot |v|}$$

3/ Odchylka přímky od roviny:

$$\sin \alpha = \frac{|u \cdot n|}{|u| \cdot |n|}$$

4/ Odchylka dvou rovin:

$$\cos \alpha = \frac{|n \cdot m|}{|n| \cdot |m|}$$

### Příklad

---

1/ Určete vzdálenost bodu P od roviny  $\varphi$ .

a)  $P[3, -2, -1]$ ,  $\varphi: 2x - 6y + 3z - 1 = 0$

Postup řešení:

$$v = \frac{|2 \cdot 3 + (-6) \cdot (-2) + 3 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2}} = \frac{14}{\sqrt{49}} = 2 \text{ cm}$$

b)  $P[2, -2, -2]$ ,  $\varphi: 12x + 3y - 4z = 0$

2/ Určete odchylku přímky  $p: x = t, y = 1 + 2t, z = -t$  od roviny dané rovnicí  $\varphi: y - z = 5$

Postup řešení:

$$\sin \alpha = \frac{|u \cdot n|}{|u| \cdot |n|} = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{12}} = 0,866$$

$$\alpha = 60^\circ$$

3/ Vypočítejte odchylku rovin  $\alpha: -x + 2y + z + 5 = 0$ ,  $\beta: x + y + 2z + 7 = 0$

Postup řešení:

$$\cos \alpha = \frac{|m \cdot n|}{|m| \cdot |n|} = \frac{|(-1) \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{36}} = 0,5$$

$$\alpha = 60^\circ$$

### **Cvičení**

---

1/ Určete odchylku přímek AB a p, je-li dáno :

A[1,0,5], B[2,1,6], p:  $x = 1 - t$ ,  $y = 2 + t$ ,  $z = 3 - t$

### **Použité zdroje:**

---

1/ KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie. 2.*, upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 220 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6163-9.

## **Metodický list**

---

*Zpracoval:* Mgr. Pavel Michelsohn

*Cílová skupina:* žáci středních škol

*Rok vytvoření:* 2012

*Anotace:* Výpočet vzdáleností a odchylky v prostoru.

*Předpokládaný přínos (výstup):* Žáci se seznámí se vzorci pro výpočet metrických úloh v prostoru, zopakují si podobné vzorce, které znají z výpočtů v rovině.

*Pomůcky:* dataprojektor, počítač, kalkulačka

*Předpokládaný čas:* 30 minut

*Postup:* Teoretický základ představuje definování nového učiva, příklady v materiálu jsou určeny k jeho pochopení a k procvičení.

Souhlasím se zveřejněním mého příspěvku v knižní či elektronické podobě, jako metodického materiálu.