



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název projektu: Podpora výuky v technických oborech

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0458

Název šablony: III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Název školy: Střední odborná škola NET OFFICE Orlová, spol. s r.o.

Vypracoval: Mgr. Pavel Michelsohn

Materiál č. 20 – Elipsa a přímka

Teorie

Elipsa a přímka:

a/ sečna	2 spol. body
b/ tečna	1 spol. bod
c/ vnější přímka	žádný spol. bod

Příklady

1/ Napište rovnici elipsy se středem v bodě $S[2,-1]$ a velikostí poloos 4 a 2 cm. Určete vzájemnou polohu s přímkou $p: y = x + 5$.

Postup řešení:

a) dosadíme do rovnice elipsy

$$\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$$

b) dosadíme do rovnice elipsy za $y = x + 5$

c) přímka je sečnou kružnice ($D > 0$)

d) vypočítáme $x_1 = -2, x_2 = 2,8$

e) dopočítáme $y_1 = 3, y_2 = 7,8$

f) $P_1[-2,3], P_2[2,8;7,8]$

Tečna elipsy:

$$\frac{(x-m)(x_0-m)}{a^2} + \frac{(y-n)(y_0-n)}{b^2} = 1$$

$T[x_0, y_0]$ bod dotyku

Cvičení

1/ Určete rovnici tečny k elipse se středem v počátku a velikostí poloos 4 a 2 cm v bodě $T[1, ?]$.

Postup řešení:

a) dopočítáme y souřadnici bodu T dosazením za $x = 1$ do rovnice elipsy

b) $y_1 = 2, y_2 = -2$

c) dosadíme do rovnice tečny

$$t_1: \frac{x \cdot 1}{4^2} + \frac{y \cdot 2}{2^2} = 1 \quad \rightarrow \quad x + 8y - 16 = 0$$

$$t_1: \frac{x \cdot 1}{4^2} + \frac{y \cdot (-2)}{2^2} = 1 \quad \rightarrow \quad x - 8y - 16 = 0$$

2/ Ukažte, že bod $T[6,-2]$ je bodem elipsy $\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{4(y+4)^2}{25} = 1$. Napište rovnici tečny této elipsy v bodě T .

Postup řešení:

a) dosazením souřadnic bodu T ověříme, že leží na elipse

b) $t: 3x + 8y - 2 = 0$

3/ Určete c tak, aby přímka $p: y = x + c$ byla tečnou elipsy $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

Řešení: $c = \pm \sqrt{5}$

4/ Určete průsečíky přímky $p: y = x$ s elipsou $x^2 + 5y^2 - 12x - 50y + 141 = 0$

Řešení: $x = y = \frac{31 \pm \sqrt{115}}{6}$

Domácí úloha

1/ Určete rovnici tečny k elipse se středem v bodě $S[1,-1]$ a velikostí poloos 3 a 2 cm v bodě $T[?,0]$.

Použité zdroje:

1/ KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie. 2.*, upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 220 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6163-9.

Metodický list

Zpracoval: Mgr. Pavel Michelsohn

Cílová skupina: žáci středních škol

Rok vytvoření: 2013

Anotace: Kuželosečky. Elipsa. Přímka.

Předpokládaný přínos (výstup): Žáci si zopakují možnosti vzájemné polohy elipsy a přímky, které již znají z podobných úloh s kružnicí. Seznámí se s postupem při výpočtu souřadnic průsečíků elipsy a přímky.

Pomůcky: dataprojektor, počítač, kalkulačka

Předpokládaný čas: 45 minut

Postup: Teoretický základ představuje definování nového učiva, příklady v materiálu jsou určeny k jeho pochopení a k procvičení.

Souhlasím se zveřejněním mého příspěvku v knižní či elektronické podobě, jako metodického materiálu.