



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Pohyby v homogenním gravitačním poli Země

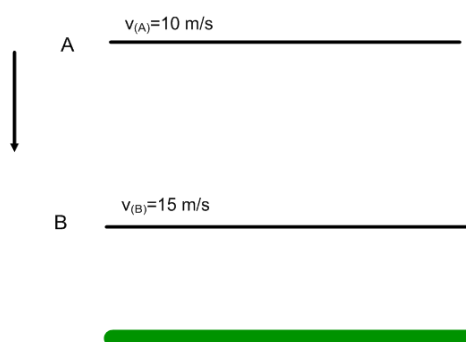
---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

## Zadání:

1. Jakou rychlostí dopadne volně padající kámen z výšky 30 m. Rychlost vyjádřete v km/h.
2. Budova o 12 patrech je vysoká 30 m. Jakou rychlostí proletí kolem okna v 5. patře květináč padající ze 7. patra?
3. Na obrázku je znázorněno volně padající těleso. Určete vzdálenost bodů A a B.



4. Chlapec vrhl kámen svisle vzhůru rychlostí 36 km/h. Jak dlouho může zůstat stát na stejném místě, aniž by ho kámen zasáhl? Jaké výšky při tomto pohybu kámen dosáhl?
5. Jak velkou rychlostí tryská vodní proud z fontány, jestliže voda dosahuje maximální výšky 10 m?
6. Těleso bylo vrženo svisle vzhůru rychlostí 30 m/s. Určete:
  - a. v jaké výšce a jakou rychlost mělo těleso na konci 2. sekundy,
  - b. dobu a výšku výstupu,
  - c. jak dlouho padalo těleso dolů,
  - d. dopadovou rychlost.
7. Letadlo letí ve výšce 2000 m rychlostí 720 km/h. Určete:
  - a. v jaké vodorovné vzdálenosti před cílem musí vypustit těleso, aby byl zasažen,
  - b. za jak dlouho cíl zasáhne,
  - c. jakou rychlostí dopadne?
8. Jakou rychlostí proudí voda z hadice umístěné vodorovně ve výšce 2 m nad zemí, jestliže stříká do vzdálenosti 15 m?

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Výsledky:

1. 88,2 km/h
2. 10 m/s
3. 6,25 m
4. 2 s, 5 m
5. 14,14 m/s
6. 40 m, 10 m/s, 3 s, 45 m, 3 s, 30 m/s
7. 4 km, 20 s, 282,8 km/h
8. 23,7 m/s

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Řešení:

1. Jakou rychlostí dopadne volně padající kámen z výšky 30 m. Rychlost vyjádřete v km/h.

$$\begin{aligned} h &= 30\text{m} & v &= g \cdot t \\ v &= ? & \text{vzorce – volný pád: } h &= \frac{1}{2} g t^2 \\ \text{odvození vzorce pro výpočet dopadové rychlosti} \\ h &= \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v &= g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2g^2 h}{g}} = \underline{\underline{\sqrt{2gh}}} \\ v &= \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 30} = \sqrt{600} = 24,5\text{ m/s} = \underline{\underline{88,2\text{ km/h}}} \end{aligned}$$

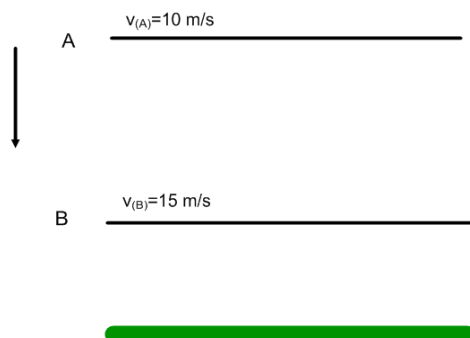
Kámen dopadne rychlostí 88,2 km/h.

2. Budova o 12 patrech je vysoká 30 m. Jakou rychlostí proletí kolem okna v 5. patře květináč padající ze 7.patra?

$$\begin{aligned} h &= 30\text{m} \rightarrow h_1 = \frac{30}{12} = 2,5\text{ m} \\ 5.\text{patro} &\rightarrow h_5 = 12,5\text{ m} \\ 7.\text{patro} &\rightarrow h_7 = 17,5\text{ m} \\ v &= ? \\ \text{dráha padajícího květináče je } \Delta h &= 17,5 - 12,5 = 5\text{ m} \\ \text{vzorce – volný pád: } v &= g \cdot t; \quad h = \frac{1}{2} g t^2, \quad v = \sqrt{2gh} \\ v &= \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = \sqrt{100} = \underline{\underline{10\text{ m/s}}} \end{aligned}$$

Květináč proletí kolem okna v 5. patře rychlostí 10 m/s.

3. Na obrázku je znázorněno volně padající těleso. Určete vzdálenost bodů A a B.



$$v(A) = 10 \text{ m/s}$$

$$v(B) = 15 \text{ m/s}$$

$$\Delta h = ?$$

$$v(A) = g \cdot t(A) \rightarrow t(A) = \frac{v(A)}{g} = \frac{10}{10} = 1 \text{ s}$$

$$v(B) = g \cdot t(B) \rightarrow t(B) = \frac{v(B)}{g} = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ s}$$

$$\Delta h = \frac{1}{2} g t(B)^2 - \frac{1}{2} g t(A)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1,5^2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 = \underline{\underline{6,25 \text{ m}}}$$

Vzdálenost bodů A a B je 6,25 m.

4. Chlapec vrhl kámen svisle vzhůru rychlostí 36 km/h. Jak dlouho může zůstat stát na stejném místě, aniž by ho kámen zasáhl? Jaké výšky při tomto pohybu kámen dosáhl?

$$v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$t = ?$$

$$\underline{h_{\max} = ?}$$

$$v = v_0 - gt$$

$$\text{vzorce - vrh svislý vzhůru: } s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\text{doba výstupu } v = 0 \text{ m/s} \rightarrow v_0 = g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{10}{10} = 1 \text{ s}$$

chlapec může zůstat na místě dvojnásobek doby výstupu, tj. 2 s

$$\text{výška výstupu } h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{10^2}{2 \cdot 10} = \frac{100}{20} = \underline{\underline{5 \text{ m}}}$$

Chlapec může zůstat stát na stejném místě 2 s, kámen dosáhne maximální výšky 5 m.

5. Jak velkou rychlostí tryská vodní proud z fontány, jestliže voda dosahuje maximální výšky 10 m?

$$h_{\max} = 10 \text{ m}$$

$$\underline{v_0 = ?}$$

vyjdeme ze vzorce pro výšku výstupu

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \rightarrow 2 \cdot g h_{\max} = v_0^2 \rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g h_{\max}} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10} = \sqrt{200} = \underline{\underline{14,14 \text{ m/s}}}$$

Voda tryská rychlostí 14,14 m/s.

6. Těleso bylo vrženo svisle vzhůru rychlostí 30 m/s. Určete:

a. v jaké výšce a jakou rychlost mělo těleso na konci 2. sekundy,

$$v_0 = 30 \text{ m/s}$$

$$h = ?$$

$$t = 2 \text{ s}$$

výška

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$s = 30 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = \underline{\underline{40 \text{ m}}}$$

rychlost

$$v = v_0 - g t$$
$$v = 30 - 10 \cdot 2 = \underline{\underline{10 \text{ m/s}}}$$

b. dobu a výšku výstupu,

$$v = 0 \text{ m/s} \rightarrow v_0 = g \cdot t$$

doba výstupu

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{30}{10} = \underline{\underline{3 \text{ s}}}$$

výška výstupu

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{30^2}{2 \cdot 10} = \underline{\underline{45 \text{ m}}}$$

c. jak dlouho padalo těleso dolů,

doba výstupu je stejná jako doba sestupu, tj. 3 s

d. dopadovou rychlost

dopadová rychlost je stejná jako počáteční, tj. 30 m/s

Těleso má na konci 2. sekundy rychlost 10 m/s a nachází se ve výšce 40 m. Doba výstupu i sestupu je 3 s, výška výstupu 45 m a dopadová rychlost je stejná jako počáteční, tedy 30 m/s.

7. Letadlo letí ve výšce 2000 m rychlostí 720 km/h. Určete:

a. v jaké vodorovné vzdálenosti před cílem musí vypustit těleso, aby byl zasažen,

$$h = 2000 \text{ m}$$

$$v = 720 \text{ km/h} = 200 \text{ m/s}$$

$$x = ?$$

$$x = v \cdot t$$

vzorce pro výpočet – vodorovný vrh:

$$y = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{při dopadu je } y = 0 \rightarrow 0 = h - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{čas dopadu } h = \frac{1}{2} g t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\text{dosadíme do vztahu pro výpočet vzdálenosti } x = v \cdot t = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \underline{\underline{4000 \text{ m}}}$$

b. za jak dlouho cíl zasáhne,

$$\text{čas dopadu } h = \frac{1}{2} g t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000}{10}} = \underline{\underline{20 \text{ s}}}$$

c. jakou rychlostí dopadne?

rychlost – vektorový součet x-ové a y-ové složky rychlostí

$$\text{počáteční rychlost: } v(x) = 200 \text{ m/s}$$

$$\text{rychlost volného pádu: } v(y) = g \cdot t = 10 \cdot 20 = 200 \text{ m/s}$$

$$\text{výsledná rychlost } v = \sqrt{v(x)^2 + v(y)^2}$$

$$v = \sqrt{200^2 + 200^2} = \underline{\underline{282,8 \text{ m/s}}}$$

Těleso musí být vypuštěno 4 km před terčem, aby za 20 s zasáhl cíl. Těleso dopadne rychlostí 282,8 m/s.



8. Jakou rychlostí proudí voda z hadice umístěné vodorovně ve výšce 2 m nad zemí, jestliže stříká do vzdálenosti 15 m?

$$h = 2\text{m}$$

$$x = 15\text{m}$$

$$v = ?$$

$$x = v \cdot t$$

vzorce pro výpočet – vodorovný vrh:

$$y = h - \frac{1}{2}gt^2$$

při dopadu je  $y = 0 \rightarrow 0 = h - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$

čas dopadu  $h = \frac{1}{2}gt^2 \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

dosadíme-li čas dopadu  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  do vztahu pro délku vrhu  $x = v \cdot t = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$

vyjádříme v:  $x = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow x \sqrt{\frac{g}{2h}} = v$

$$v = x \sqrt{\frac{g}{2h}} = 15 \cdot \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 2}} = \underline{\underline{23,7 \text{ m/s}}}$$

Voda proudí z hadice rychlostí 23,7 m/s.