



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

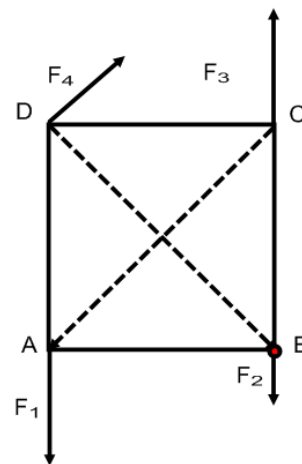
Mechanika tuhého tělesa

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

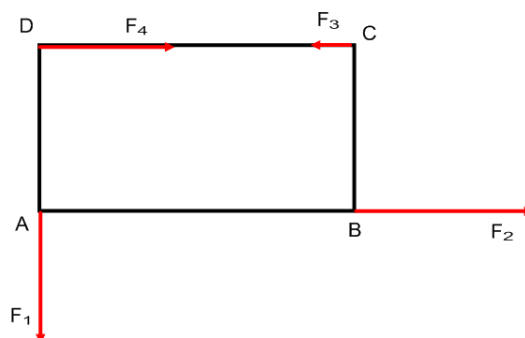
Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Výsledky:

1. Ve vrcholech čtvercové desky o straně 10 cm působí síly F_1, F_2, F_3, F_4 (viz obrázek). Deska je otáčivá kolem osy, která je kolmá k desce a prochází vrcholem B.
Velikosti sil jsou: $F_1 = F_3 = F_4 = 10 \text{ N}$; $F_2 = 5 \text{ N}$.
Na základě výpočtu, který uvedte, určete, zda jsou daná tvrzení pravdivá.
 - a. Momenty M_2 a M_3 jsou shodné a nenulové.
 - b. Rameno síly F_1 je rovno straně čtverce.
 - c. Moment $M_4 = -1,4 \text{ N.m}$.
 - d. Výsledný moment sil působících na desku je $2,4 \text{ N.m}$.



2. Ve vrcholech obdélníkové desky o stranách $a = 20 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$ působí síly F_1, F_2, F_3, F_4 (viz obrázek).
Velikosti sil jsou: $F_1 = 10 \text{ N}$; $F_2 = 20 \text{ N}$; $F_3 = 5 \text{ N}$; $F_4 = 15 \text{ N}$.
Určete početně i graficky velikosti výslednice sil:
 - a. F_1 a F_2
 - b. F_2 a F_3
 - c. F_1, F_2, F_3, F_4 .



3. Doplňte odpověď:
Výslednice dvou rovnoběžných sil stejného směru o velikostech 30 N a 40 N, které jsou ve vzájemné vzdálenosti 2 m, **má velikost ... a leží ve vzdálenosti od síly o velikosti 30 N.**
4. Doplňte odpověď:
Výslednice dvou rovnoběžných sil opačného směru o velikostech 50 N a 20 N, které jsou ve vzájemné vzdálenosti 60 cm, **má velikost ... a leží ve vzdálenosti od síly o velikosti 20 N.**

Výsledky:

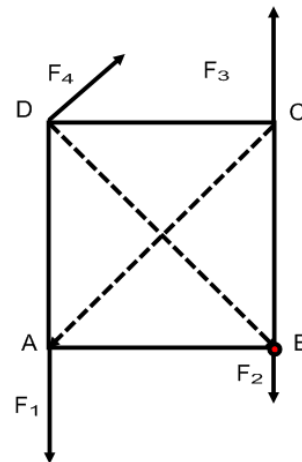
1. a – ne, b – ano, c – ano, d – ne
2. $F_{12} = 22,4 \text{ N}$; $F_{23} = 15 \text{ N}$; $F_{1234} = 31,62 \text{ N}$
3. 70 N; 1,14 m
4. 30 N, 1m

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Řešení:

1. Ve vrcholech čtvercové desky o straně 10 cm působí síly F_1, F_2, F_3, F_4 (viz obrázek). Deska je otáčivá kolem osy, která je kolmá k desce a prochází vrcholem B. Velikosti sil jsou: $F_1 = F_3 = F_4 = 10 \text{ N}$; $F_2 = 5 \text{ N}$. Na základě výpočtu, který uvedte, určete, zda jsou daná tvrzení pravdivá.
- Momenty M_2 a M_3 jsou shodné a nenulové.
 - Rameno síly F_1 je rovno straně čtverce.
 - Moment $M_4 = -1,4 \text{ N.m}$.
 - Výsledný moment sil působících na desku je $2,4 \text{ N.m}$.



Řešení:

$$a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$F_1 = 10 \text{ N}$$

$$F_2 = 5 \text{ N}$$

$$F_3 = 10 \text{ N}$$

$$F_4 = 10 \text{ N}$$

ramena sil (kolmá vzdálenost od síly):

$$d_1 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$d_2 = 0 \text{ m}$$

$$d_3 = 0 \text{ m}$$

$$d_4 = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,1^2} = 0,141 \text{ m}$$

Moment vzhledem k ose otáčení ve směru hodinových ručiček uvažujeme záporný; proti směru hodinových ručiček kladný.

$$\text{moment síly vzhledem k ose: } M = F \cdot d \text{ [N.m]}$$

$$M_1 = 10 \cdot 0,1 = 1 \text{ Nm}$$

$$M_2 = 5 \cdot 0 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_3 = 10 \cdot 0 = 0 \text{ Nm}$$

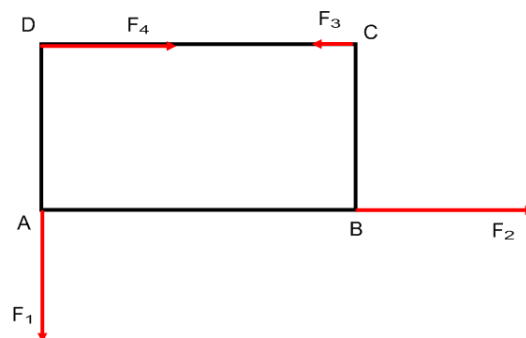
$$M_4 = 10 \cdot 0,141 = -1,41 \text{ Nm}$$

Odpovědi:

- Momenty M_2 a M_3 jsou shodné a nenulové. – **Není pravda** (jsou shodné, ale nulové).
- Rameno síly F_1 je rovno straně čtverce. – **Je pravda**.
- Moment $M_4 = -1,4 \text{ N.m}$. – **Je pravda**.
- Výsledný moment sil působících na desku je $2,4 \text{ N.m}$. – **Není pravda**
($M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 1 + 0 + 0 + (-1,4) = -0,4 \text{ N.m}$)

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

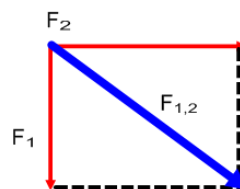
2. Ve vrcholech obdélníkové desky o stranách $a = 20 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$ působí síly F_1, F_2, F_3, F_4 (viz obrázek). Velikosti sil jsou: $F_1 = 10 \text{ N}$; $F_2 = 20 \text{ N}$; $F_3 = 5 \text{ N}$; $F_4 = 15 \text{ N}$. Určete početně i graficky velikosti výslednice sil:
- F_1 a F_2
 - F_2 a F_3
 - F_1, F_2, F_3, F_4 .



Řešení:

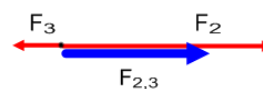
F_1 a F_2 – síly jsou vůči sobě kolmé:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{500} = \underline{\underline{22,36 \text{ N}}}$$



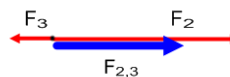
F_2 a F_3 – síly jsou rovnoběžné, opačného směru:

$$F_{2,3} = F_2 - F_3 = 20 - 5 = \underline{\underline{15 \text{ N}}}$$



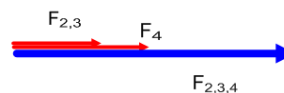
F_1, F_2, F_3, F_4 – nejjednodušší je složit nejprve síly F_2, F_3 a F_4 (síly rovnoběžné) a pak složit tuto výslednici se silou F_1

- využijeme předchozího výsledku: $F_{2,3} = F_2 - F_3 = 15 \text{ N}$



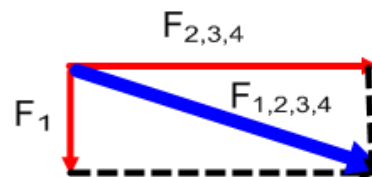
- k této výslednici přidáme sílu F_4 , která je rovnoběžná a má stejný směr

$$F_{2,3,4} = F_{2,3} + F_4 = 15 + 15 = 30 \text{ N}$$



- sílu F_1 sečteme se silou $F_{2,3,4}$, které jsou vůči sobě kolmé

$$F_{1,2,3,4} = \sqrt{F_1^2 + F_{2,3,4}^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = \sqrt{1000} = \underline{\underline{31,62 \text{ N}}}$$



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Lucie Havrdová

3. Doplňte odpověď:

Výslednice dvou rovnoběžných sil stejného směru o velikostech 30 N a 40 N, které jsou ve vzájemné vzdálenosti 2 m, **má velikost ... a leží ve vzdálenosti od síly o velikosti 30 N.**

Řešení:

$$F_1 = 30\text{ N}$$

$$F_2 = 40\text{ N}$$

$$x = 2\text{ m}$$

$$d_1 = ?$$

$$M_1 = M_2$$

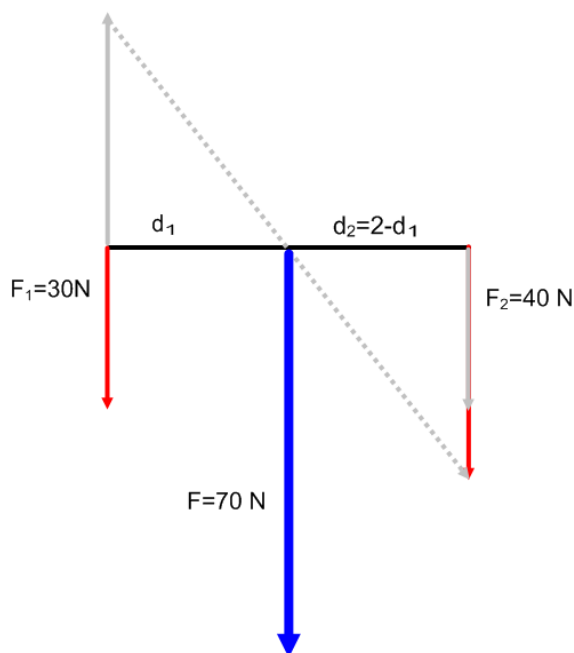
$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$$

$$30 \cdot d_1 = 40 \cdot (2 - d_1)$$

$$30 \cdot d_1 = 80 - 40d_1$$

$$70d_1 = 80 : 70$$

$$\underline{\underline{d_1 = 1,143\text{ m}}}$$



Odpověď:

Výslednice dvou rovnoběžných sil stejného směru o velikostech 30 N a 40 N, které jsou ve vzájemné vzdálenosti 2 m, **má velikost 70 N a leží ve vzdálenosti 1,14 m od síly o velikosti 30 N.**

4. Doplňte odpověď:

Výslednice dvou rovnoběžných sil opačného směru o velikostech 50 N a 20 N, které jsou ve vzájemné vzdálenosti 60 cm, **má velikost ... a leží ve vzdálenosti od síly o velikosti 20 N.**

Řešení:

$$F_1 = 50\text{ N}$$

$$F_2 = 20\text{ N}$$

$$x = 60\text{ cm} = 0,6\text{ m}$$

$$d_2 = ?$$

$$M_1 = M_2$$

$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$$

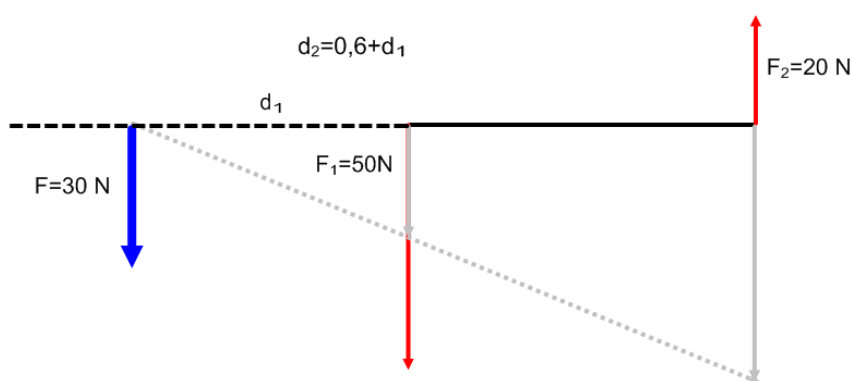
$$50 \cdot d_1 = 20 \cdot (0,6 + d_1)$$

$$50 \cdot d_1 = 12 + 20d_1 \quad / - 20d_1$$

$$30d_1 = 12 \quad / : 30$$

$$d_1 = 0,4\text{ m}$$

$$d_2 = 0,6 + d_1 = \underline{\underline{1\text{ m}}}$$



Odpověď:

Výslednice dvou rovnoběžných sil opačného směru o velikostech 50 N a 20 N, které jsou ve vzájemné vzdálenosti 60 cm, **má velikost 30 N a leží ve vzdálenosti 1 m od síly o velikosti 20 N.**