



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Směrnicový tvar rovnice přímky

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Helena Košťálová

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Zadání:

- 1) Určete směrnicový tvar rovnice přímky p , která prochází bodem $P[2; 5]$ a má směrnici $k = -0,5$.
- 2) Určete směrnicový tvar rovnice přímky p , která prochází body $A[-2; -4]$, $B[3; 1]$.
- 3) Je dána přímka p : $y = -2x + 3$.
 - a) Určete přímku m rovnoběžnou s přímkou p , $M[3; 2] \in m$.
 - b) Určete přímku r kolmou na přímku p , jestliže přímka r prochází počátkem soustavy souřadnic.
- 4) Určete vzájemnou polohu přímek p_1 a p_2 , v případě různoběžnosti (eventuálně kolmosti) též souřadnice průsečíku:
přímka p_1 : $k_1 = \frac{1}{3}$, přímka prochází bodem $P[3; 4]$
přímka p_2 : $y = -3x + 5$.

- Výsledky:
- 1) Přímka p má rovnici: $y = -0,5x + 6$
 - 2) Přímka p má rovnici: $y = x - 2$
 - 3) a) Přímka m má rovnici: $y = -2x + 8$
b) Přímka r má rovnici: $y = \frac{1}{2}x$
 - 4) Přímky p_1 a p_2 , jsou kolmé, průsečík přímek $K\left[\frac{3}{5}, \frac{16}{5}\right]$

Řešení:

- 1) Určete směrnicový tvar rovnice přímky p , která prochází bodem $P[2; 5]$ a má směrnici $k = -0,5$.

Směrnicový tvar rovnice přímky p : $y = kx + q$, kde $k \in \mathbb{R}$ je směrnice přímky a $q \in \mathbb{R}$ je úsek na ose y . Směrnice $k = \tan \varphi$, kde úhel φ je směrový úhel, tj. úhel, který svírá směrový vektor přímky umístěný do počátku souřadnic s kladnou osou x .

Je-li dán směrový vektor přímky $s = (s_1; s_2)$, potom $k = \tan \varphi = \frac{s_2}{s_1}$.

Souřadnice bodu, který leží na přímce p , musí vyhovovat rovnici přímky.

přímka p : $y = -0,5x + q$, dosadíme souřadnice bodu P :

$$5 = -0,5 \cdot 2 + q$$

$$5 = -1 + q$$

$$q = 6$$

přímka p má rovnici: $y = -0,5x + 6$

- 2) Určete směrnicový tvar rovnice přímky p , která prochází body $A[-2; -4]$, $B[3; 1]$.

Směrový vektor přímky je dán body A, B , $\overrightarrow{AB} = s = (s_1; s_2)$, potom $k = \tan \varphi = \frac{s_2}{s_1}$.

Vzorec pro výpočet souřadnic vektoru:

$$A[x_A; y_A], B[x_B; y_B]$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

Souřadnice bodu, který leží na přímce p , musí vyhovovat rovnici přímky. Můžeme dosadit jak bod A , tak bod B .

$$\overrightarrow{AB} = (3 - (-2); 1 - (-4)) = (5; 5) = s$$

$$k = \frac{s_2}{s_1} = \frac{5}{5} = 1$$

přímka p : $y = x + q$, dosadíme souřadnice bodu B :

$$1 = 3 + q$$

$$q = -2$$

přímka p má rovnici: $y = x - 2$

3) Je dána přímka $p: y = -2x + 3$.

a) Určete přímku m rovnoběžnou s přímkou p , $M[3; 2] \in m$.

b) Určete přímku r kolmou na přímkou p , jestliže přímka r prochází počátkem soustavy souřadnic.

a) Rovnoběžné přímky mají stejné směrnice, nebo je jedna směrnice násobkem druhé;
přímka m je rovnoběžná s přímkou $p \rightarrow k_m = k_p \vee k_m = c \cdot k_p; c \in \mathbb{R}$.
Souřadnice bodu, který leží na přímce p , musí vyhovovat rovnici přímky.

přímka $p: y = -2x + 3$

$$k_p = -2 \rightarrow k_m = -2$$

přímka $m: y = -2x + q$, dosadíme souřadnice bodu P :

$$2 = -2 \cdot 3 + q$$

$$q = 8$$

přímka m má rovnici: $y = -2x + 8$

b) Pro směrnice kolmých přímek p, r platí, že $k_p \cdot k_r = -1 \rightarrow k_r = \frac{-1}{k_p}$;
prochází-li přímka počátkem soustavy souřadnic, $q = 0$

přímka $p: y = -2x + 3$

$$k_p = -2 \rightarrow k_r = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

přímka r má rovnici: $y = \frac{1}{2}x$

4) Určete vzájemnou polohu přímek p_1 a p_2 , v případě různoběžnosti (eventuálně kolmosti) též souřadnice průsečíku:

přímka p_1 : $k_1 = \frac{1}{3}$, přímka prochází bodem $P[3; 4]$

přímka p_2 : $y = -3x + 5$.

Rovnoběžné přímky mají stejné směrnice, nebo je jedna směrnice násobkem druhé;

přímka m je rovnoběžná s přímkou $p \rightarrow k_m = k_p \vee k_m = c \cdot k_p$; $c \in \mathbb{R}$.

Pro směrnice kolmých přímek p, r platí, že $k_p \cdot k_r = -1 \rightarrow k_r = \frac{-1}{k_p}$.

$k_1 = \frac{1}{3}, k_2 = -3 \rightarrow \frac{1}{3} \cdot (-3) = -1 \rightarrow$ přímky jsou kolmé

kolmé přímky mají společný průsečík, porovnáme y souřadnice směrnicových rovnic přímek:

přímka p_1 : $y = \frac{1}{3}x + q$, dosadíme souřadnice bodu P:

$$4 = \frac{1}{3} \cdot 3 + q$$

$$q = 3$$

$$y = \frac{1}{3}x + 3$$

přímka p_2 : $y = -3x + 5 \rightarrow$ pro výpočet souřadnic průsečíku porovnáme y souřadnice obou přímek:

$$\frac{1}{3}x + 3 = -3x + 5 \quad / \cdot 3$$

$$x + 9 = -9x + 15$$

$$10x = 6$$

$$x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow y = -3 \cdot \frac{3}{5} + 5 = \frac{-9}{5} + \frac{25}{5} = \frac{16}{5}$$

průsečík přímek $K \left[\frac{3}{5}, \frac{16}{5} \right]$