



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Otáčení roviny

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

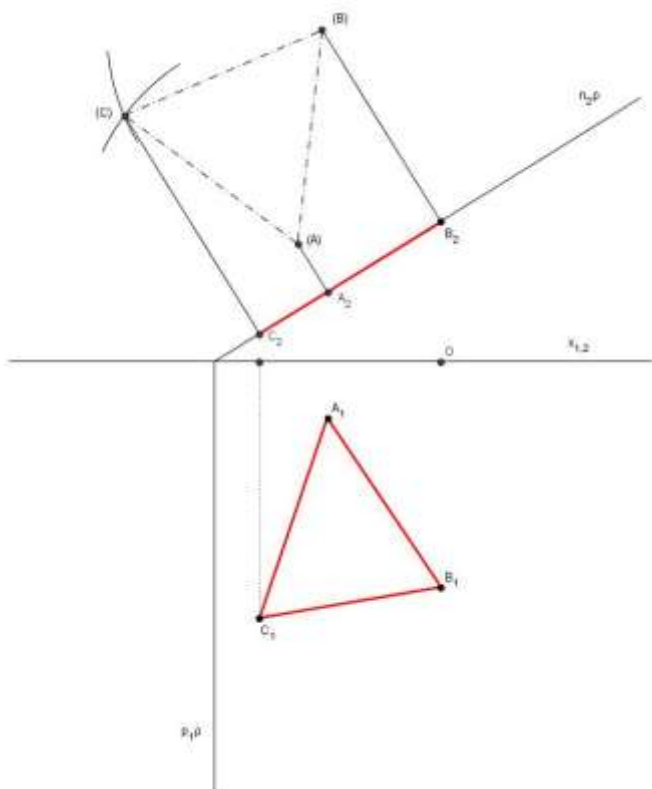
Řešení

Příklad 1:

V rovině ρ $(-4; \infty; 2, 5)$ sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC : $A [-2; 1; z]$, $B [0; 4; z]$.

Příklad je možné řešit dvěma způsoby.

a) sklopením roviny ρ



Protože je rovina ρ trojúhelníku ABC kolmá k nárysně, můžeme tuto rovinu do nárysny sklopit a tím i trojúhelník, který v ní leží:

V nárysech A_2 a B_2 bodů A , B sestrojíme kolmice k úsečce A_2B_2 (resp. k nárysné stopě roviny), nanese na ně y-ové souřadnice bodů A , B , tj. vzdálenosti průmětů A_1 a B_1 od osy $x_{1,2}$ a získáme sklopené průměty (A) , (B) .

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Ve sklopení sestrojíme rovnostranný trojúhelník $(A)(B)(C)$.

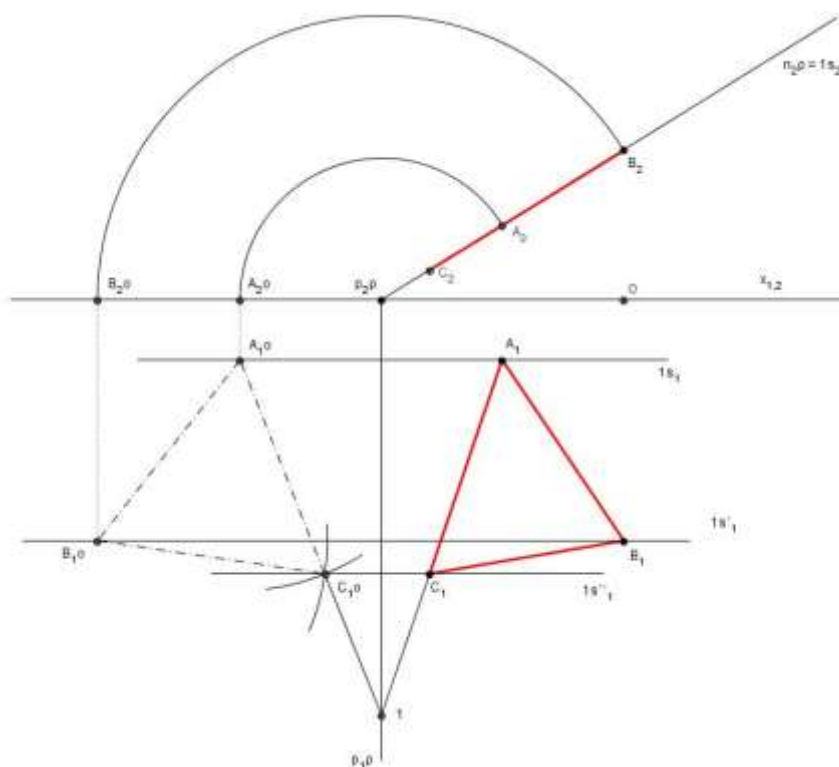
Bod (C) promítneme zpět na nárysnou stopu roviny pomocí kolmice k nárysné stopě a dostaneme průmět C_2 bodu C .

Pomocí ordinály přeneseme bod C do půdorysny a získáme průmět C_1 .

$$|C_1x_{1,2}| = |C_2(C)|$$

Nárysem trojúhelníku ABC je úsečka C_2B_2 , půdorysem trojúhelník $A_1B_1C_1$.

b) otočením roviny do půdorysny



Rovina trojúhelníku je v obecné poloze vzhledem k půdorysně, proto musíme do této průmětny rovinu a tím i trojúhelník otočit. Každý bod při otáčení opisuje kružnici, která má střed na půdorysné stopě, kolem které otáčíme, a poloměr roven vzdálenosti bodu od půdorysné stopy. A protože každý bod můžeme zachytit spádovou přímkou, je poloměr otáčení bodu roven vzdálenosti bodu od půdorysného stopníku spádové přímky, která tímto bodem prochází.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Ke zjednodušení konstrukce můžeme využít opět toho, že je rovina kolmá k nárysně. Kružnice, po které se body otáčejí, se tak zobrazí v náryse opravdu jako kružnice:

Střed kružnice otáčení bodu A v náryse je v průmětu p_2^p (nárys půdorysné stopy). Protože $n_2^p = {}^1s_2$, poloměr kružnice otáčení bodu A je roven délce úsečky $p_2^p A_2$.

Sestrojíme tedy kružnici $(p_2^p; |p_2^p A_2|)$. Bod A otočíme do polohy A_2^o , $A_2^o \in x_{1,2}$.

Průmětem kružnice otáčení bodu A do půdorysu je úsečka, která leží na spádové přímce 1s první osy.

$$A_1 \in {}^1s_1, A_1^o \in {}^1s_1, {}^1s_1 \perp p_1^p, A_1^o A_2^o \perp x_{1,2}$$

Podobně otočíme bod B .

$$B_2^o \in (p_2^p; |p_2^p B_2|) \cap x_{1,2}, B_1^o \in {}^1s_1, B_2^o B_1^o \perp x_{1,2}$$

V otočení sestrojíme rovnostranný trojúhelník $A_1^o B_1^o C_1^o$, v otočení rýsujeme čerchovanou čarou.

Bod C dourčíme v náryse a v půdoryse zpětným přetočením, tj. přeneseme jej na osu $x_{1,2}$ do průmětu C_2^o , přetočíme zpětně do C_2 na nárysnou stopu a dourčíme pomocí ordinály průmět C_1 nebo využijeme afinitu, která je mezi trojúhelníkem ABC v rovině ρ a otočeným trojúhelníkem $A^o B^o C^o$ v půdorysně.

Afinita je vztah mezi dvěma útvary v rovině (v prostoru), pro který platí:

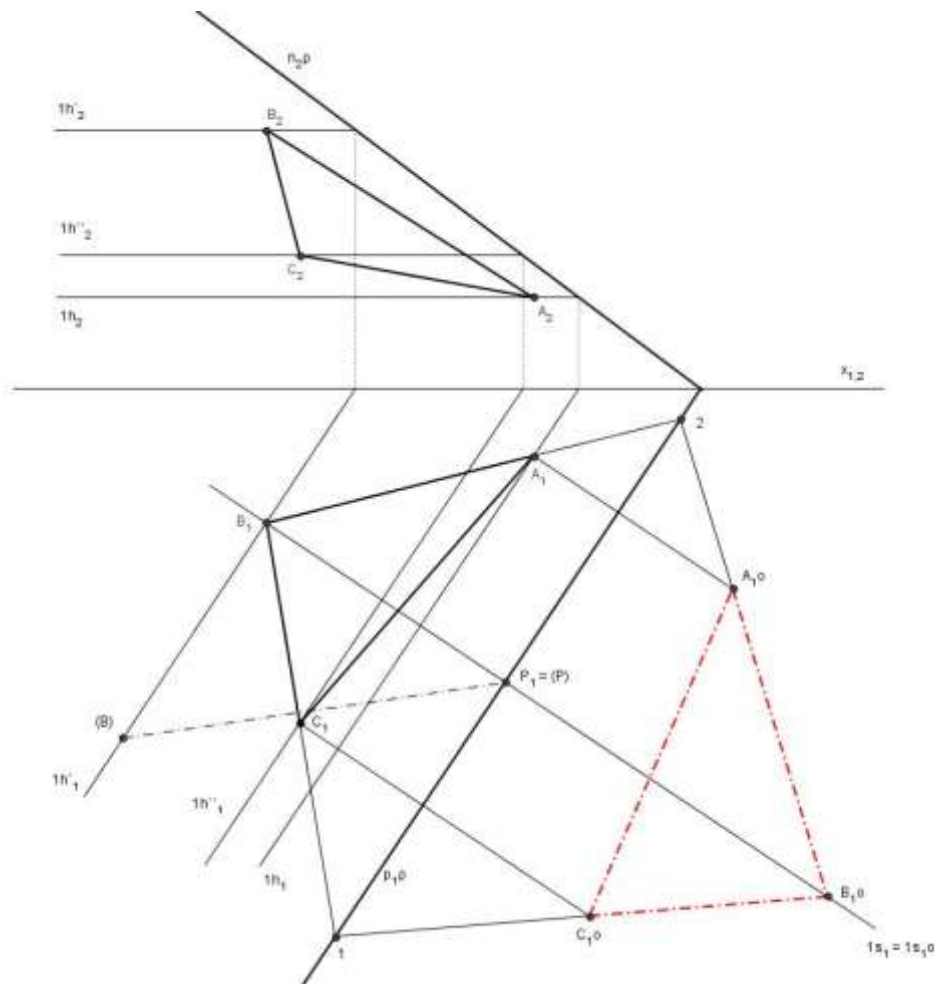
- 1) Odpovídající si body A a A^o , B a B^o , ... leží na vzájemně rovnoběžných přímkách, které určují směr afinity.
- 2) Odpovídající si přímky AB a $A^o B^o$, BC a $B^o C^o$, ... se protínají na jedné přímce, kterou nazýváme osa afinity.
- 3) Průsečíky odpovídajících si přímek s osou afinity nazýváme samodružné body.
- 4) Přímky rovnoběžné s osou afinity se zobrazí zase jako přímky rovnoběžné s osou afinity.

Osou afinity v tomto příkladě je půdorysná stopa p_1^p , směr určuje spojnice $A_1 A_1^o$, přímce $A_1 C_1$ odpovídá přímka $A_1^o C_1^o$, tyto přímky se protínají na ose afinity v samodružném bodě 1.

Příklad 2:

V rovině ρ (4; 6; 3) zobrazte trojúhelník ABC a určete jeho skutečnou velikost.

A [1,5; 1; z], B [-2,5; 2; z], C [-2; 5; z].



V rovině ρ sestrojíme oba průměty trojúhelníku ABC pomocí hlavních přímek. Rovina je obecná, proto skutečnou velikost trojúhelníku zjistíme otočením roviny do některé z průměten. Každý bod při otáčení opisuje kružnici, která má střed na příslušné stopě roviny, kolem které otáčíme, a poloměr je roven vzdálenosti bodu od dané stopy. A protože každý bod můžeme zachytit spádovou přímkou, je poloměr otáčení bodu roven vzdálenosti bodu od stopníku spádové přímky, která tímto bodem prochází.

Rovinu otočíme např. do půdorysny, kolem půdorysné stopy roviny.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Bodem B vedeme spádovou přímku 1. osnovy. Poloměr otáčení bodu B je roven vzdálenosti bodu B od stopníku P jeho spádové přímky. Protože se tento poloměr jeví v průmětu zkresleně, musíme jej určit sklopením do průmětny.

Stopník P leží nejen v rovině ρ , ale i v půdorysně, proto zůstává při sklopení a také při otáčení na svém místě, tj. $P_1 = (P)$.

Bod B sklopíme do půdorysny do průmětu (B) , pro který platí:

$$(B) \in {}^1h_1, |B_1(B)| = |B_2x_{1,2}|$$

Pro poloměr otáčení bodu B platí $r = |BP| = |(B)(P)|$. Ve sklopení rýsujeme čerchovanou čarou.

Spádová přímka 1s bodu B zůstává při otáčení na místě, platí ${}^1s_1 = {}^1s_1^o$.

Bod B se otočí do průmětu $B^o \in {}^1s^o$, tj. $B_1^o \in {}^1s_1^o$, $|B_1^o P_1| = |(B)P_1|$.

Body A a C otočíme do půdorysny stejným způsobem nebo opět použijeme afinitu, kde osou afinity je půdorysná stopa roviny ρ a směr afinity určuje spojnice $B_1 B_1^o$.

Přímce $B_1 C_1$ odpovídá přímka $B_1^o C_1^o$ tak, že se tyto spojnice protínají na půdorysné stopě roviny v samodružném bodě 1 a $CC_1^o \parallel B_1 B_1^o$.

Přímce $B_1 A_1$ odpovídá přímka $B_1^o A_1^o$ tak, že se tyto spojnice protínají na půdorysné stopě roviny v samodružném bodě 2 a $A_1 A_1^o \parallel B_1 B_1^o$.

Spojme body v trojúhelník $A_1^o B_1^o C_1^o$, který je skutečnou velikostí trojúhelníku ABC .

V otočení rýsujeme čerchovaně.