



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Třetí průmětna

---

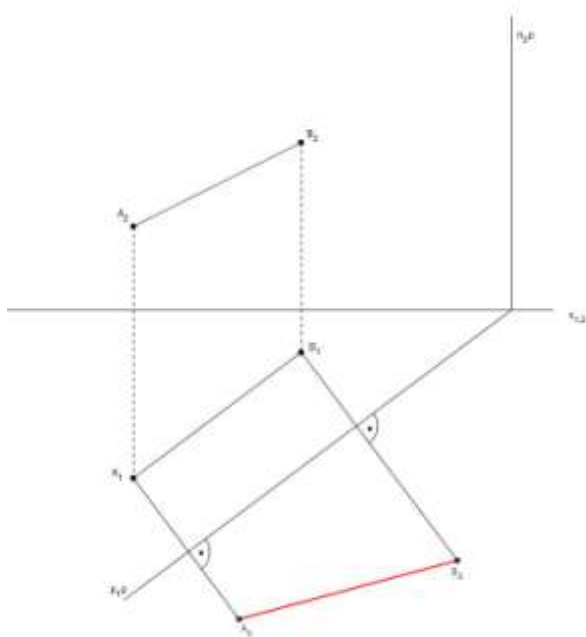
Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

# Zadání

Příklad č. 1:

Pomocí třetí průmětny sestrojte délku úsečky AB.



Popis konstrukce:

Úsečka AB je v obecné poloze vzhledem k průmětnám a proto se do průměten zobrazuje zkresleně. Pokud by byla úsečka rovnoběžná s průmětnou, zobrazila by se do ní ve skutečné velikosti. Proto této vlastnosti využijeme a třetí průmětnu zvolíme rovnoběžně s úsečkou AB, tj.  $\rho \parallel AB$ , např.  $\rho \perp \pi$ .

Úsečku AB do třetí průmětny  $\rho$  pravouhle promítneme a třetí průmětnu sdružíme s půdorysnou – třetí průmětnu do půdorysny sklopíme. Body A, B se zobrazí do průmětů  $A_3$ ,  $B_3$  a to tak, že  $A_1A_3 \perp p_1^\rho$ ,  $B_1B_3 \perp p_1^\rho$ ,  $|A_3p_1^\rho| = |A_2x_{1,2}| = z_A$  a  $|B_3p_1^\rho| = |B_2x_{1,2}| = z_B$ .

Délka úsečky  $A_3B_3$  je délka úsečky AB, tj.  $|A_3B_3| = |AB|$ .

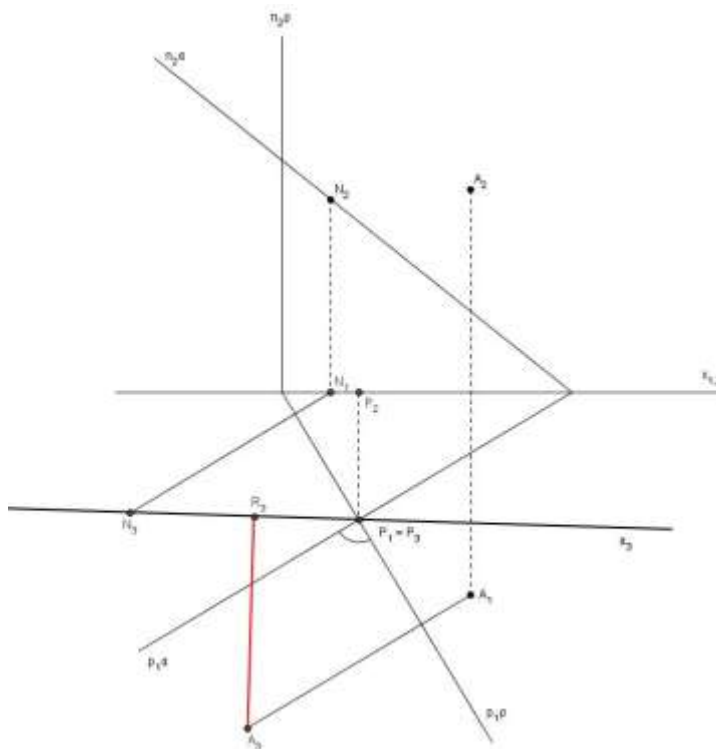
---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.

Materiál je dostupný ze školního portálu <http://dum.voss-na.cz>, který provozuje  
Vyšší odborná škola stavební a Střední průmyslová škola stavební arch. Jana Letzela, Náchod

Příklad č. 2:

Pomocí třetí průmětny sestrojte vzdálenost bodu A od roviny  $\alpha$ .



Popis konstrukce:

Rovina  $\alpha$  je v obecné poloze vzhledem k průmětnám. Vzdálenost bychom museli řešit pomocí kolmice a jejího průsečíku s rovinou  $\alpha$ . Můžeme ale využít třetí průmětnu a bod A i rovinu  $\alpha$  do ní promítnout.

Aby se rovina  $\alpha$  zobrazila co nejjednodušeji - tedy jako přímka, zvolíme třetí průmětnu  $\rho$  kolmo k rovině  $\alpha$ . Třetí průmět roviny  $\alpha_3$  určíme pomocí dvou bodů P, N. Bod P je průsečík půdorysných stop rovin  $\alpha$  a  $\rho$ , bod N je libovolný bod roviny  $\alpha$  – můžeme zvolit bod přímo v nárysně.

Bod P leží nejen v rovinách  $\alpha$  a  $\rho$ , ale také v půdorysně.

$P_1 \in p_1^\rho$ ,  $P_2 \in x_{1,2}$  a protože  $z_P = 0$ , vychází  $P_3 = P_1$ .

Pokud zvolíme bod N v nárysně, pak  $N_2$  leží na nárysné stopě roviny  $\alpha$

$N_2 \in n_2^\rho$ ,  $N_1 \in x_{1,2}$ , a pro průmět  $N_3$  platí  $N_1N_3 \perp p_1^\rho$ ,  $|N_3p_1^\rho| = |N_2x_{1,2}| = z_N$ .

Třetí průmět roviny  $\alpha_3 = P_3N_3$ .

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.

Stejným způsobem vytvoříme třetí průmět bodu A.

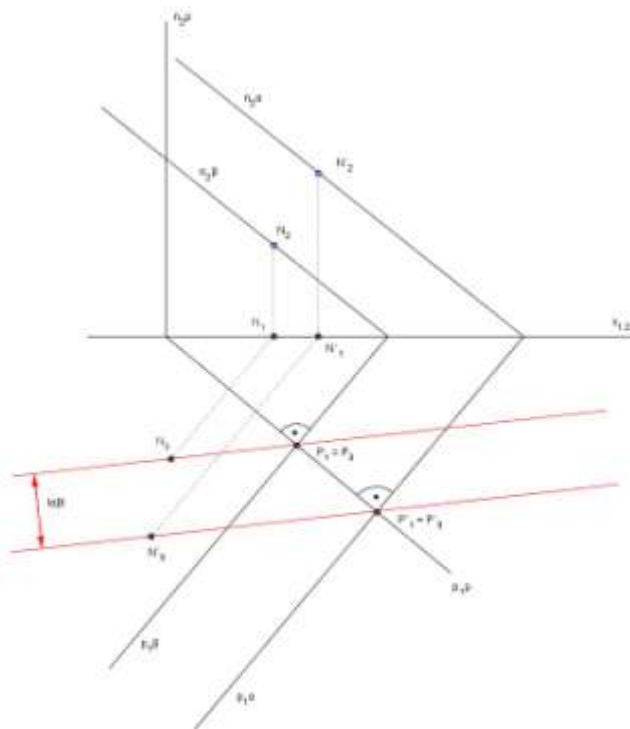
Pro průmět  $A_3$  platí  $A_1A_3 \perp p_1^\rho$ ,  $|A_3p_1^\rho| = |A_2x_{1,2}| = z_A$ .

V třetím průmětu zjistíme vzdálenost bodu A od roviny  $\alpha$  jako vzdálenost průmětu  $A_3$  od průmětu roviny  $\alpha_3$ . Vzdálenost měříme na kolmici z  $A_3$  k přímce  $\alpha_3$  – v obrázku je to vyznačené jako vzdálenost  $A_3R_3$ , kde  $R_3$  je průsečík kolmice z  $A_3$  na průmět  $\alpha_3$ .

Tedy  $|A\alpha| = |A_3R_3|$ .

Příklad č. 3:

Pomocí třetí průmětny sestrojte vzdálenost dvou rovin  $\alpha$  a  $\beta$ .



Popis konstrukce:

Již víme, že třetím průmětem roviny může být přímka, pokud třetí průmětnu zvolíme k rovině kolmo. Zvolíme tedy třetí průmětnu  $\rho$  kolmo k oběma rovinám, např.  $\rho \perp \pi$  a určíme třetí průměty těchto rovin  $\alpha_3$   $\beta_3$ .

Opět k tomu využijeme body  $P$  a  $N$ ,  $P'$  a  $N'$  v rovinách  $\alpha$  a  $\beta$  a ještě k tomu v průmětnách.

Bod  $P$  je průsečík půdorysných stop rovin  $\alpha$  a  $\rho$ , bod  $N$  je libovolný bod roviny  $\alpha$  – bod přímo v nárysně.

$P_1 \in p_1^\rho$ ,  $P_2 \in x_{1,2}$  a protože  $z_P = 0$ , vychází  $P_3 = P_1$ .

$P'_1 \in p_1^\rho$ ,  $P'_2 \in x_{1,2}$  a protože  $z_{P'} = 0$ , vychází  $P'_3 = P'_1$ .

$N_2 \in n_2^\rho$ ,  $N_1 \in x_{1,2}$ , a pro průmět  $N_3$  platí  $N_1 N_3 \perp p_1^\rho$ ,  $|N_3 p_1^\rho| = |N_2 x_{1,2}| = z_N$ .

$N'_2 \in n_2^\rho$ ,  $N'_1 \in x_{1,2}$ , a pro průmět  $N'_3$  platí  $N'_1 N'_3 \perp p_1^\rho$ ,  $|N'_3 p_1^\rho| = |N'_2 x_{1,2}| = z_{N'}$ .

Třetí průmět roviny  $\beta$  je  $\beta_3 = P_3 N_3$ , pro rovinu  $\alpha$  je  $\alpha_3 = P'_3 N'_3$ .

Stačí kdekoli změřit vzdálenost rovnoběžek  $\alpha_3$  a  $\beta_3$  a dostáváme vzdálenost rovin  $\alpha$  a  $\beta$ , tedy  $|\alpha \beta| = |\alpha_3 \beta_3|$ .

---

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Martina Jarolímková.